

# PROCESOS DE VARIANZA CONDICIONAL E INCONDICIONAL PARA EL RETORNO DEL TIPO DE CAMBIO OBSERVADO DE LOS ESTADOS UNIDOS DE AMÉRICA DURANTE UN PERÍODO DE AUMENTO EN EL PRECIO DEL COBRE

Mg. Claudio R.  
Molina Mac-Kay\*

Ing. Alejandra C.  
Contreras Ríos \*\*

Dafnae Fritis  
Acevedo \*\*\*

## RESUMEN

Más allá de constatar que el peso chileno fue una moneda que se apreció nominalmente a lo menos hasta el año 2007, lo importante es interpretar si dicho ajuste se justificó por los fundamentos actuales y esperados, si derivó en un eventual desalineamiento cambiario y si éste proceso tuvo consecuencias sobre el desempeño macroeconómico a corto plazo. La percepción generalizada indicó que el fortalecimiento del peso respondió al debilitamiento del dólar a nivel global, a las medidas de mayor impulso fiscal y al mejoramiento de los términos de intercambio producto del alza del precio del cobre.

Por lo anterior, se realizó un análisis de corto plazo sobre el desempeño del tipo de cambio observado peso/dólar y la volatilidad de éste con modelos incondicionales y condicionales, es decir, sobre la base de modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva generalizados se estimaron intervalos de confianza que establecen con mayor certeza el posible desalineamiento cambiario.

**Palabras clave:** volatilidad, volatilidad condicional. GARCH (1,1). Código JEL: G1.

## ABSTRACT

Beyond that the Chilean peso is a currency that has appreciated in nominal terms at least until 2007, it is important to interpret whether this adjustment is justified by the current and expected fundamentals and has resulted in a possible exchange rate misalignment and if this process has implications for the short-term macroeconomic performance. Indicates the widespread perception that the strengthening of the peso responds to the weakening of the dollar globally, the biggest boost fiscal measures and improving terms of trade of the product of rising copper prices.

Therefore, an analysis of short-term performance of the observed exchange rate Peso/Dollar and the volatility of this unconditional and conditional models, that is to say, on the basis of models of Autoregressive Conditional Generalized Heteroscedasticity were estimated intervals that establish trust with greater certainty the possible exchange rate misalignment.

**Keywords:** volatility, conditional volatility. GARCH (1,1). JEL Code: G1.

---

\* De nacionalidad chilena. Magíster en Finanzas, Universidad de Chile. Correo claudio.molina@utem.cl

\*\* De nacionalidad chilena. Licenciadas en Ciencias de la administración, Universidad Tecnológica Metropolitana.

## 1. DESCRIPCIÓN GENERAL

La investigación contempla un test de eficiencia semifuerte aplicado al tipo de cambio de los Estados Unidos de América para un período de tres meses anteriores a la estimación. Además, se determina el rango de fluctuación que predicen los procesos estocásticos y el Modelo GARCH (1,1) y observar si este rango de fluctuación es consistente con la fluctuación observada posteriormente para distintos períodos intervalares.

Si se comprueba que este modelo es aplicable, permitirá estimar el valor que tomará el tipo de cambio a corto plazo, por lo tanto el modelo sería utilizable como instrumento de medición para la valoración futura de la variable a investigar.

### 1.1. Objetivo general

El objetivo general de la investigación fue verificar si es posible predecir el rango de fluctuación cambiaria con distribuciones estadísticas paramétricas, y si es posible proporcionar información a las empresas e inversionistas sobre posibles alzas o bajas del tipo de cambio de los Estados Unidos de América a corto plazo. Con esto, determinar y explicar si ciertas distribuciones estadísticas permiten establecer el rango de fluctuación cambiaria.

### 1.2 Hipótesis

El tipo de cambio puede ser estimado utilizando los resultados que entregan las distribuciones estadísticas paramétricas mediante los intervalos de confianza establecidos, que permiten predecir al 5% la volatilidad cambiaria en un contexto económico relativamente estable, caracterizado por el alza en el precio del cobre en Chile.

## 2. ESTIMACIONES DE VOLATILIDADES

A continuación se expone cómo los datos históricos pueden ser útiles para estimar volatilidades corrientes, y también para predecir los valores futuros de estas variables. Los niveles corrientes de volatilidad en el tipo de cambio pueden generar con algún grado de certeza estimaciones de cambios en el valor futuro de la variable.

Se consideran diversos modelos que reconocen que las volatilidades en ciertos casos pueden ser incondicionales y otros en que las volatilidades no son constantes, puesto que son condicionales a la información. En particular, los modelos de Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva (ARCH), y los de Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva Generalizada (GARCH). Estos intentan mantener las variaciones de la volatilidad a través del tiempo, ya que durante algunos periodos una volatilidad particular puede ser relativamente baja, mientras que durante otros puede ser relativamente alta.

### Estimación de volatilidad incondicional

Para comenzar, se define  $\sigma_n$  como la volatilidad de una variable de mercado en un día  $n$ , como es estimado al final del día  $n - 1$ . El cuadrado de la volatilidad del día  $n$ ,  $\sigma_n^2$ , es la varianza.

El enfoque estándar de estimación  $\sigma_n$  de los datos históricos se calcula observando el precio de la acción a intervalos de tiempo fijos. Se define como:

- $n + 1$ : número de observaciones
- $S_i$ : precio de la acción al final del intervalo  $i$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ )
- $\tau$ : longitud de intervalo de tiempo en años

Se muestra que:

$$\mu_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}}$$

para  $i = 1, 2, \dots, n$

Donde  $\mu_i$  es definida como la tasa de retorno continuamente compuesta durante el día  $i$  (entre el final del día  $i - 1$  y el final del día  $i$ ).

Bajo estos supuestos es posible generar estimaciones intervalares del retorno de la variable, siguiendo procesos estocásticos del tipo Wiener generalizado, es decir, aplicando el Lema de Ito.

### Aplicación del Lema de Ito

Es un proceso Wiener generalizado donde los parámetros  $a$  y  $b$  son funciones del valor de la variable subyacente,  $x$ , y tiempo,  $t$ . Algebraicamente, un proceso Ito puede ser escrito como:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz$$

Donde  $dz$  es un proceso Wiener y  $a$  y  $b$  son funciones de  $x$  y  $t$ . La variable  $x$  tiene una derivada de  $a$  y una tasa de varianza de  $b^2$ .

De tal forma, una variable  $G = \ln S$  puede ser expandida al utilizar el conocido lema:

$$dG = \left( \frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz$$

Donde  $b dz$  es el mismo proceso Wiener de la ecuación anterior. Por lo tanto, el proceso seguido por  $G$  es:

$$dG = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz$$

Cuando existe un cambio en  $G$  entre el tiempo  $i$  y el tiempo  $i - 1$ , es distribuido normalmente:

$$\ln S_i \sim \phi \left[ \ln S_{i-1} + \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma \sqrt{T} \right]$$

Donde  $S_i$  es el precio de la acción a un tiempo futuro,  $i$ ,  $S_{i-1}$  es el precio de la acción al tiempo  $i-1$ , y  $\phi(\mu, \sigma)$  denota una distribución normal con  $\mu$  pequeño y desviación estándar  $\sigma$ .

En consecuencia, al ser el retorno un diferencial de  $dG = \ln S_i - \ln S_{i-1}$ , se tiene un intervalo de confianza para este retorno con media:

$$E(dG) = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt$$

Y varianza:

$$V(dG) = \sigma^2 dz$$

El Modelo GARCH (1,1)

Este modelo fue propuesto en 1986 por Bollerslev. En este modelo  $\sigma_n^2$  es calculado de una tasa de varianza promedio de largo plazo,  $V$ , así como también  $\sigma_{n-1}$  y  $\mu_{n-1}$ . Está dado por:

$$\sigma_n^2 = \gamma V + \alpha \mu_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

Donde  $\gamma$  es la ponderación asignada a  $V$ , es la ponderación asignada a  $\mu_{n-1}^2$ , y  $\beta$  es la ponderación asignada a  $\sigma_{n-1}^2$ , debido a que las ponderaciones deben sumar uno:

$$\gamma + \alpha + \beta = 1$$

El (1, 1) en el GARCH (1, 1) indica que  $\sigma_n^2$  está basado en las más recientes observaciones de  $\mu^2$  y la más reciente estimación de la tasa de varianza<sup>2</sup>.

Se establece que  $\omega = \gamma V$ , de este modo el GARCH (1, 1), puede ser escrito como:

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha \mu_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

Esta es la forma en que el modelo es más usado para los propósitos de estimación de parámetros. Una vez que  $\omega$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  han sido estimados, se puede calcular  $\gamma$ :

$$\gamma = 1 - \alpha - \beta$$

Por otro lado, la varianza de largo plazo  $V$  se calcula como:

$$V = \frac{\omega}{\gamma}$$

1 Hull, John C. (4th edition). "Chapter 11: The Black-Sholes Model", en Options, Futures and Other Derivatives, pág. 238.

2 Hull, John C. (4th edition). "Chapter 15: Estimating Volatilities and Correlations", en Options, Futures and Other Derivatives, pág. 372.

Cuando se quiere calcular un proceso GARCH (1, 1) estable, se requiere que  $\alpha + \beta < 1$ . Si esto no es así, el ponderador aplicado para la varianza de largo plazo es negativo.

Utilización del modelo GARCH (1, 1) para predecir volatilidades condicionales

Al sustituir  $\gamma = 1 - \alpha - \beta$  en la ecuación del modelo GARCH (1, 1), la varianza estimada para el día  $n$  es:

$$\sigma_n^2 = (1 - \alpha - \beta)V + \alpha\mu_{n-1}^2 + \beta\sigma_{n-1}^2$$

Entonces,

$$\sigma_n^2 - V = \alpha(\mu_{n-1}^2 - V) + \beta(\sigma_{n-1}^2 - V)$$

Un día  $n + k$  en el futuro se tiene:

$$\sigma_{n+k}^2 - V = \alpha(\mu_{n+k-1}^2 - V) + \beta(\sigma_{n-1}^2 - V)$$

El valor esperado para  $\mu_{n+k-1}^2$  es  $\sigma_{n+k-1}^2$ .

$$E[\sigma_{n+k}^2 - V] = (\alpha + \beta)E[\sigma_{n+k-1}^2 - V]$$

Donde  $E$  es el valor esperado. Siguiendo con la misma ecuación:

$$E[\sigma_{n+k}^2] = V + (\alpha + \beta)^k (\sigma_n^2 - V)$$

En esta ecuación, con  $\alpha + \beta = 1$  se muestra que la varianza esperada futura es igual a la varianza corriente. En otro caso, cuando  $\alpha + \beta < 1$ , el término final en la ecuación llega a ser progresivamente más pequeño que los incrementales  $k$ .

### 3. METODOLOGÍA

En esta investigación se utilizó la base teórica de procesos estocásticos, y con el fin de obtener la volatilidad del tipo de cambio se supusieron dos situaciones. En primer lugar, se asumió que el retorno del tipo de cambio siguió un proceso de tipo Wiener generalizado, presentando varianza incondicional. En segundo lugar, se supuso que el retorno del tipo de cambio obedece a una señal aleatoria White Noise, con la no existencia de raíces unitarias y con una distribución lognormal con varianza condicional heteroscedástica.

#### 3.1. Estimación de la volatilidad incondicional

La base de datos empleada para estimar la varianza incondicional está constituida por una muestra del tipo de cambio observado peso/dólar registrados al cierre de cada día, durante el periodo comprendido entre el 1 de Octubre de 2007 y el 28 de Diciembre de 2007. La información fue obtenida de los datos publicados por el Banco Central de Chile, siendo ésta la fuente más fidedigna. Se optó por este periodo por ser relativamente estable en términos de política económica, aún cuando la economía se vio afectada por alto precio del cobre y tendencia a depreciar el dólar.

## Retorno del tipo de cambio

Para establecer el comportamiento que presentó el tipo de cambio observado peso/dólar durante el período considerado, se estimó que era conveniente obtener el retorno del tipo de cambio. Para el desarrollo de este cálculo, se tomaron como base los datos diarios del tipo de cambio. La fórmula utilizada fue la siguiente:

$$\mu_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

Donde  $S_i$  es el tipo de cambio observado peso/dólar al final del día  $i$ ,  $S_{i-1}$  es el tipo de cambio observado peso/dólar al final del día  $i - 1$ , y  $\mu_i$  es la tasa de retorno continuamente compuesta durante el día  $i$ .

Con el fin de obtener la varianza anualizada se tomó en consideración que el tipo de cambio observado peso/dólar no fue transado en los mercados financieros durante los fines de semana, ni tampoco en los días festivos. Es por esto que sólo se consideró los datos de los días transados, y no así los del periodo calendario, tomando como aproximación un total de 252 días anuales.

Para obtener la volatilidad anualizada, en primer lugar se calculó la varianza de los retornos del tipo de cambio observado peso/dólar  $\sigma^2$ , para luego obtener la volatilidad  $\sigma$ . Con los datos obtenidos anteriormente se procedió a anualizar la volatilidad. Luego, para estimar el intervalo para el retorno del tipo de cambio observado peso/dólar, se asumió para éste un proceso estocástico del tipo Wiener generalizado, aplicando el Lema de Ito.

Los niveles de significancia utilizados fueron de 1%, 3% y 5%. Estos datos fueron obtenidos de la tabla de la normal que muestra los valores de  $N(x)$  para  $x \geq 0$ . El valor para el 1% es de 2.575, para el 3% es de 2.17 y para el 5% es de 1.96.

## 3.2. Estimación de la volatilidad condicional

La base de datos empleada para calcular la volatilidad condicional se conformó los datos entre el 1 de Agosto de 2005 y el 28 de Diciembre de 2007, registrados al cierre del día. La información utilizada para realizar la base de datos fue obtenida del Banco Central de Chile, por corresponder también a un período estable, pero con alto precio del cobre que tiende a apreciar la moneda interna.

Se aplicaron varios tests para el tipo de cambio y el retorno del mismo, verificando cuáles fueron los mejores resultados para la aplicación del GARCH (1, 1). Entre los tests se encuentran el Test de Jarque Bera para analizar la normalidad, Test de Raíces Unitarias, y por último, el Test de Autocorrelación y Autocorrelación Parcial.

Para determinar la volatilidad condicional se consideró la metodología de los modelos de Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva Generalizada. Es decir, se generó un proceso GARCH (1, 1). La ecuación GARCH (1, 1) a seguir está dada por:

$$\sigma_n^2 = \gamma V + \alpha \mu_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

Donde  $\gamma$  es la ponderación asignada a  $V$ ,  $\alpha$  es la ponderación asignada a  $\mu_{n-1}^2$ , y  $\beta$  es la ponderación asignada a  $\sigma_{n-1}^2$ .

Luego de estimar el GARCH (1, 1) se calculó los parámetros y se verificaron las condiciones de unitariedad.

Una vez calculados  $\omega, \alpha$  y  $\beta$ , se procedió a calcular  $\mu_{n-1}^2$  y  $\sigma_{n-1}^2$ . Para  $\mu_{n-1}^2$  se consideraron los datos diarios del tipo de cambio observado peso/dólar. Para estimar el día tres, se establece que varianza es igual a  $\mu_2^2$ . Para los siguientes días se tiene que la varianza estimada para el día  $n$  es:

$$\sigma_n^2 = \gamma V + \alpha \mu_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

Un día  $n+k$  en el futuro tenemos:

$$\sigma_{n+k}^2 - V = \alpha(\mu_{n+k-1}^2 - V) + \beta(\sigma_{n-1}^2 - V)$$

#### 4. RESULTADOS PARA LA VOLATILIDAD INCONDICIONAL

A continuación se muestran los datos utilizados para calcular el límite inferior y superior del tipo de cambio observado peso/dólar para los próximos ocho días, cuando la volatilidad fue incondicional.

Para obtener  $\mu$ , en primer lugar se calcularon los retornos del tipo de cambio observado peso/dólar. En segundo lugar, se calculó el retorno esperado  $E(R)$ , para luego anualizarlo, obteniendo  $E(R)_{anualizado} = \mu$ .

$$E(R) = -0.000501748 \quad \begin{aligned} \mu &= -0.000501748 \cdot 252 \\ \mu &= -0.126440501 \end{aligned}$$

Una vez determinados los retornos del tipo de cambio observado peso/dólar, se calculó la varianza del retorno  $V(R)$ , para luego anualizarla. Con la determinación del valor de la varianza del retorno se procedió a calcular la desviación estándar de ésta,  $SD(R)$ , con el fin de anualizarla y obtener la volatilidad muestral  $\sigma$ .

$$V(R) = 2.16284 \times 10^{-5} \quad \begin{aligned} \sigma^2 &= 2.16284 \times 10^{-5} \cdot 252 \\ \sigma^2 &= 0.005450347 \end{aligned}$$

$$SD(R) = 0.00465063 \quad \begin{aligned} \sigma &= 0.00465063 \cdot \sqrt{252} \\ \sigma &= 0.073826462 \end{aligned}$$



Luego de obtener el resultado de la media muestral, se concluye que se esperaba que ésta presentara un signo negativo, debido a que la evolución del tipo de cambio observado peso/dólar en los últimos tres meses presentó una tendencia a la baja, indicando una apreciación del peso y una depreciación del dólar.

Con lo anterior se procedió a estimar intervalos para el retorno del tipo de cambio observado peso/dólar, asumiendo que seguía un proceso estocástico del tipo Wiener generalizado, aplicando el Lema de Ito. Se obtiene que el proceso seguido por  $G$ , es decir por el retorno del tipo de cambio observado peso/dólar, fue:

$$dG = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz$$

Con media:

$$E(dG) = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt$$

$$E(dG) = \left( -0.126440501 - \frac{0.005450347}{2} \right) dt$$

$$E(dG) = -0.1291656745dt$$

Y varianza:

$$V(dG) = \sigma^2 dz$$

$$V(dG) = 0.005450347dz$$

Luego de aplicar el intervalo de confianza, para niveles de significancia de 1%, 3% y 5%, se obtuvo lo siguiente:

**CUADRO N°1:** Intervalos de confianza con varianza incondicional.

		95%		97%		99%	
Días	Valor Real	Limite Inferior	Limite Superior	Limite Inferior	Limite Superior	Limite Inferior	Limite Superior
1	496.89	491.069	500.104	490.589	500.592	489.667	501.536
2	498.05	488.968	501.738	488.293	502.432	486.994	503.772
3	496.83	487.304	502.936	486.479	503.788	484.895	505.434
4	495.73	485.866	503.908	484.918	504.893	484.094	506.799
5	495.64	484.573	504.734	483.516	505.838	483.484	507.973
6	490.21	483.383	505.458	482.228	506.669	481.009	509.012
7	487.25	482.272	506.104	481.028	507.413	478.636	509.948
8	484.83	481.223	506.687	479.895	508.089	477.346	510.803

**FUENTE:** Elaboración propia.

En el cuadro N°1 se observa que con el 95% de confianza los límites del tipo de cambio fueron más pequeños en comparación con los otros niveles de confianza, es decir con un  $\alpha$  igual a 5% de significancia los resultados de los intervalos fueron restrictivos. Por lo tanto, el intervalo del 95% de confianza fue escogido para compararlo con los resultados reales del tipo de cambio, ya que al ser restrictivo fue también robusto. Al comparar los resultados de los intervalos escogidos con el valor real del tipo de cambio, se observó que los valores reales estuvieron dentro de los intervalos.

Con lo anterior se verificó que con un modelo de varianza incondicional, y asumiendo que el retorno del tipo de cambio observado peso/dólar es White Noise, se producen estimaciones consistentes con el valor real.

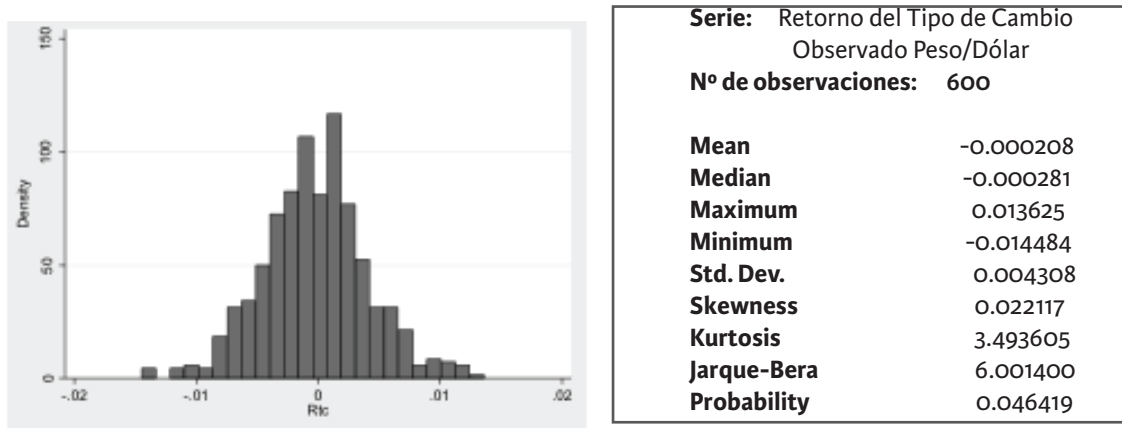
## 5. RESULTADOS PARA LA VOLATILIDAD CONDICIONAL

Una vez aplicado el test de Jarque-Bera para el retorno del tipo de cambio observado peso/dólar, se arrojó lo que se muestra en el gráfico N°1:

Del gráfico anterior se desprende que el retorno del tipo de cambio peso/dólar del periodo presenta una distribución leptocúrtica, debido a que gráficamente se observa un elevado grado de concentración alrededor de los valores centrales de la variable, y el coeficiente de curtosis es superior a tres. Además, se observó que la skewness y la curtosis miden 0.0221177, 3.493605 respectivamente, siendo el Jarque-Bera 6.140078.

Una distribución idealmente normal se caracteriza por tener un coeficiente de skewness de cero y un coeficiente de curtosis de tres. Debido a esto, se observó que el valor de la skewness es ligeramente mayor que cero, y el de la curtosis es también cercano a tres. Es decir, son cercanos a los valores de una distribución normal. Por lo tanto, se demostró que el retorno del tipo de cambio peso/dólar presenta una distribución cercana a la normal.

**GRÁFICO N°1:** Histograma: Retorno del Tipo de Cambio Observado Peso/Dólar.



**FUENTE:** Intercooled Stata 9.2.

**FUENTE:** EViews 3.1.

## Test de Raíces Unitarias

El Test de Dickey-Fuller arrojó los siguientes resultados:

**CUADRO N°2:** Test de Raíz Unitaria: Retorno Tipo de Cambio Observado Peso/Dólar.

Test Dickey-Fuller para raíces unitarias				
Observaciones: 600				
	Test Estadístico	Valor Crítico al %1	Valor Crítico al %5	Valor Crítico al %10
Z(t)	-22.360-3.430	-3.430	-2.860	-2.570
Mackinnon aproximado para el valor Z(t)=0.000				

**FUENTE:** Intercooled Stata 9.2

De acuerdo a los resultados obtenidos del cuadro anterior se observó que el  $|Z(t)| > |\text{Valor Crítico}|$ . Es decir  $|Z(t)|$ , es mayor a los valores críticos al 1% (-3.430), al 5% (-2.860) y al 10% (-2.570). Mediante la obtención de estos datos fue posible concluir que se rechazó la hipótesis nula de la existencia de

raíces unitarias. En consecuencia, no existen raíces unitarias lo que implicó determinar que la serie resultó ser estacionaria y esto ocurre consistente con que la serie es obedece a los parámetros de white noise.

Una vez aplicado el Test de Autocorrelación y Autocorrelación Parcial, se observó que todos los índices de la autocorrelación y autocorrelación parcial presentes para cada rezago son iguales a cero, es decir los rezagos no fueron significantes. Por lo tanto, se desprendió que no se rechazó la hipótesis nula de la ausencia de autocorrelación para la variable en estudio. Por consiguiente, la serie presentó todos sus coeficientes de correlación iguales a cero, lo que es consistente con los parámetros White Noise.

## Aplicación del GARCH (1,1)

El Modelo GARCH (1,1) arrojó los siguientes resultados:

**CUADRO N°3:** Estimación del Modelo GARCH (1, 1).

Serie: Retorno del tipo de cambio observado Peso/Dólar						
Total Observaciones: 600						
Rtc	Coefficiente	Std. Error	z	p> Z	Intervalo con 95% de confianza	
<b>Rtc</b>						
Constante	-0.0002689	0.0001477	-1.82	0.069	-0.0005585	0.0000207
<b>ARCH</b>						
arch L1.	0.0747293	0.0214387	3.49	0.000	0.0327102	0.1167483
garch L1.	0.9148734	0.0226898	40.32	0.000	0.8704023	0.9593446
Constante	2.05x10 <sup>-7</sup>	1.45x10 <sup>-7</sup>	1.41	0.158	-7.96x10 <sup>-8</sup>	4.90x10 <sup>-7</sup>

**FUENTE:** Intercooled Stata 9.2.

Del cuadro N°3 se obtuvieron los valores de los parámetros  $\omega, \alpha$  y  $\beta$ , los cuales se encuentran en la primera columna.

$$\alpha = 0.0747293$$

$$\beta = 0.9148743$$

$$\omega = 2.05 \times 10^{-7}$$

De acuerdo a los resultados obtenidos se observó que  $|Z(t)|$  para  $\alpha$  y  $\beta$  (3.49, 40.32), fueron mayores que  $|Z$  de una normal (para el 95%, 1.96), por lo tanto los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  son significativos.

Donde  $\omega = \gamma V$ . Se calculó  $\gamma$ , aplicando la siguiente fórmula:

$$\gamma = 1 - \alpha - \beta$$

$$\gamma = 1 - 0.0747293 - 0.9148743$$

$$\gamma = 0.0103973$$

Y la varianza de largo plazo,  $V$ :

$$V = \frac{\omega}{\gamma}$$

$$V = \frac{2.05 \times 10^{-7}}{0.0103973}$$

$$V = 1.97 \times 10^{-5}$$

Una vez determinados los datos, se observó que las condiciones de unitariedad se cumplieron, ya que:

$$\gamma + \alpha + \beta = 1$$

$$0.0103973 + 0.0747293 + 0.9148743 = 1$$

Y la suma de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  deben ser a lo más uno:

$$0.0747293 + 0.9148743 < 1$$

$$0.9896036 < 1$$

De lo anterior se observó que las condiciones se cumplieron en el margen. Por lo tanto, se siguió con el desarrollo metodológico de la investigación.

### 4.2.3. Estimación de la volatilidad condicional.

En primer lugar, se calculó  $\mu_{n-1}^2$  considerando los datos diarios del tipo de cambio observado peso/dólar. Se determinaron los retornos de la serie  $\mu_{n-1}$ , obteniendo el retorno de cada día para luego elevarlo al cuadrado.

$\mu_{n-1}$  : Media del día  $n - 1$ .

$\mu_{n-1}^2$  : Media al cuadrado del día  $n - 1$ .

En segundo lugar, se calculó  $\sigma_{n-1}^2$ . Para el día tres se estableció que la varianza fue igual a  $\mu_2^2$ , es decir,  $\sigma_3^2 = 3.30272 \times 10^{-6}$ . Para los próximos días se tuvo que la varianza estimada para el día  $n$  fue:

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha \mu_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

Por lo tanto, para el día cuatro la varianza estimada fue:

$$\sigma_4^2 = (2.05 \times 10^{-7}) + (0.0747293 \cdot 1.51598 \times 10^{-6}) + (0.9148743 \cdot 3.30272 \times 10^{-6})$$

$$\sigma_4^2 = 3.3398 \times 10^{-6}$$

A continuación se muestra un cuadro resumen con los valores de las varianzas condicionales que se obtuvieron luego de seguir repitiendo el proceso explicado anteriormente.

**CUADRO N°4:** Estimación del GARCH (1, 1) In Sample.

Día	$s_i$	$\mu_i$	$\sigma_i^2$	$-\ln(\sigma_i^2) - \frac{\mu_i^2}{\sigma_i^2}$
1	561.77			
2	560.75	-0.00181734		
3	560.06	-0.001231253	3.30272x10 <sup>-6</sup>	12.16175298
4	559.42	-0.001143388	3.33986x10 <sup>-6</sup>	12.21814654
5	553.78	-0.010133037	3.35825x10 <sup>-6</sup>	-17.97090401
6	545.96	-0.014221783	1.09505x10 <sup>-5</sup>	-7.048246992
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
599	495.6	-0.001310682	1.84319x10 <sup>-5</sup>	10.80822524
600	495.49	-0.000221978	1.71962x10 <sup>-5</sup>	10.96795428
601	495.82	0.000665786	1.59411x10 <sup>-5</sup>	11.01880513
				<b>5954.36343</b>

**FUENTE:** Elaboración propia.

Del cuadro N°4 se observaron las volatilidades condicionales que presentó la muestra de 601, datos del tipo de cambio observado peso/dólar, las cuales se reflejan en la cuarta columna. Estas sirvieron como insumo para calcular las volatilidades de los próximos ocho días luego del día 601. Los números en el cuadro están basados en las estimaciones reales de los tres parámetros del GARCH (1,1):  $\omega$ ,  $\alpha$  y  $\beta$ . En la primera columna se muestra el número de días utilizados en la muestra. La segunda columna muestra el tipo de cambio observado peso/dólar  $S_i$ , al final del día  $i$  para cada día de la muestra. La tercera columna muestra el cambio proporcional en el tipo de cambio entre el día  $i - 1$  y el final del día  $i$ , es decir el retorno del tipo de cambio observado peso/dólar  $\mu_i$ . La cuarta columna muestra la estimación de la varianza

condicional para cada día,  $\sigma_i^2$ . Por último, en la quinta columna se muestra la función de máximo verosimilitud que fue dada por  $-\ln(\sigma_i^2) - \frac{\mu_i^2}{\sigma_i^2}$ .

Las volatilidades condicionales se calcularon para cada día, considerando los parámetros estimados para la varianza y asumiendo como constante  $\mu$ . La ecuación de la media arrojada por el GARCH (1, 1) fue:

$$E(R) = -0.0002689 \\ (0.0001477)$$

Y la ecuación de la varianza fue:

$$\sigma_n^2 = 2.05 \times 10^{-7} + 0.0747293\mu_{n-1}^2 + 0.9148734\sigma_{n-1}^2$$

$$\left(1.45 \times 10^{-7}\right) \quad \left(0.0214387\right) \quad \left(0.0226898\right)$$

A continuación, se muestran los datos utilizados para calcular el límite inferior y superior del tipo de cambio observado peso/dólar para los próximos ocho días, cuando la volatilidad es condicional.

**CUADRO N°5:** Datos para calcular límite inferior y superior.

Día	μ diaria	μ anualizada	σ2 diaria	σ2 anualizada	σ diaria	σ anualizada
602	-0.0002689	-0.0677628	1.59802x10-5	0.004027005967	0.003997522034	0.06345869497
603	-0.0002689	-0.0677628	1.60189x10-5	0.004036752334	0.004002356615	0.06353544156
604	-0.0002689	-0.0677628	1.60571x10-5	0.004046397365	0.004007135186	0.06361129903
605	-0.0002689	-0.0677628	1.6095x10-5	0.004055942114	0.004011858471	0.06368627885
606	-0.0002689	-0.0677628	1.61325x10-5	0.004065387624	0.004016527178	0.06376039228
607	-0.0002689	-0.0677628	1.61696x10-5	0.004074734926	0.004021142007	0.06383365042
608	-0.0002689	-0.0677628	1.62063x10-5	0.004083985040	0.004025703645	0.06390606419
609	-0.0002689	-0.0677628	1.62426x10-5	0.004093138977	0.004030212772	0.06397764436

**FUENTE:** Elaboración propia.

Del cuadro N°5 se desprenden los valores que fueron utilizados para la estimación futura del tipo de cambio observado peso/dólar. La primera columna muestra los días que fueron programados para la estimación. La segunda columna muestra la media diaria que fue extraída de los resultados que arrojó el Modelo GARCH (1, 1) (ver cuadro N°3), la que fue anualizada correspondientemente con los valores mostrados en la tercera columna. En la cuarta columna se muestra la estimación de la varianza diaria, donde el valor esperado para la varianza es:

Donde  $\sigma_n^2$  fue el último valor obtenido de la ecuación de la varianza, es decir la varianza del día 601 (ver cuadro N°3). Por lo tanto, para estimar la varianza para el día 602 el cálculo realizado fue el siguiente:

$$E[\sigma_{601+1}^2] = 1.97 \times 10^{-5} + (0.0747293 + 0.9148734) \left(1.59411 \times 10^{-5} - 1.97 \times 10^{-5}\right)$$

$$E[\sigma_{602}^2] = 1.59802 \times 10^{-5}$$

$$E[\sigma_{n+k}^2] = V + (\alpha + \beta)^k (\sigma_n^2 - V)$$

El mismo proceso se realizó para los próximos días calculados.

En la quinta columna se anualizó la varian-za multiplicando ésta por 252. La sexta colum-na muestra la volatilidad diaria que fue calcu-lada de la siguiente manera:  $\sigma \text{ diaria} = \sqrt{\sigma^2}$ . Finalmente, en la séptima columna se muestra la volatilidad anualizada, obteniéndola como  $\sigma \text{ anualizada} = \sigma \text{ diaria} \times \sqrt{252}$ .

Gracias a los resultados obtenidos en el cuadro an-terior, a continuación se muestra un resumen con los valores de las varianzas condicionales para los próximos ocho días fuera de la muestra (Out Sam-ple).

**CUADRO N°6:** Estimación del GARCH (1, 1) Out Sample.

Día	$s_i$	$\mu_i^2$	$\sigma_i^2$	$-\ln(\sigma_i^2) - \mu_i^2 / \sigma_i^2$
<b>602</b>	...	7.23078x10-8	1.59802x10-5	11.03963527
<b>603</b>	...	7.23078x10-8	1.60189x10-5	11.03722738
<b>604</b>	...	7.23078x10-8	1.60571x10-5	11.03485627
<b>605</b>	....	7.23078x10-8	1.6095x10-5	11.03250933
<b>606</b>	...	7.23078x10-8	1.61325x10-5	11.03019257
<b>607</b>	...	7.23078x10-8	1.61696x10-5	11.02790579
<b>608</b>	...	7.23078x10-8	1.62063x10-5	11.02564879
<b>609</b>	...	7.23078x10-8	1.62426x10-5	11.0234214
				<b>6042.614827</b>

**FUENTE:** Elaboración propia.

En el cuadro N°6 se muestra la estimación de la varianza condicional hasta el día 609, asumiendo la media constante. A partir de los datos presentes en este cuadro se procedió a calcular los intervalos de confianza con el fin de proyectar una estimación futura para el tipo de cambio observado peso/dólar.

## Intervalos de confianza

Una vez obtenidos los resultados anteriores, se calcularon los intervalos de confianza para los ocho días siguientes, con distintos niveles de significancia. El cálculo fue obtenido de la siguiente manera:

$$\ln S_i \sim \phi \left[ \ln S_{i-1} + \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma \sqrt{T} \right]$$

Luego de aplicar el intervalo de confianza, este arrojó los siguientes resultados para niveles de significancia de 1%, 3% y 5%:

**CUADRO N°7:** Intervalos de confianza con varianza condicional.

Días	Valor Real	95%		97%		99%	
		Limite Inferior	Limite Superior	Limite Inferior	Limite Superior	Limite Inferior	Limite Superior
1	496.89	491.814	499.582	491.401	500.001	490.607	500.811
2	498.05	490.078	501.074	489.496	501.669	488.375	502.821
3	496.83	488.715	502.194	488.003	502.926	486.633	504.315
4	495.73	487.543	503.121	486.722	503.969	485.143	505.61
5	495.64	486.494	503.927	485.577	504.878	483.814	506.718
6	490.21	485.532	504.646	484.529	505.691	482.599	507.712
7	487.25	484.635	505.299	483.553	506.430	481.472	508.619
8	484.83	483.792	505.900	482.635	507.113	480.412	509.459

**FUENTE:** Elaboración propia.

Del cuadro N°7 se observaron resultados similares a los obtenidos en el caso de la volatilidad incondicional, por lo que se optó por el mismo nivel de significancia para comparar los resultados obtenidos con los datos reales, con un 95% de confianza los valores del tipo de cambio se encontraban dentro de los resultados intervalares.

El siguiente cuadro muestra los resultados obtenidos en ambas situaciones. En primer lugar, cuando se presume que el retorno del tipo de cambio sigue un proceso de tipo Wiener generalizado, presentando una varianza incondicional. En segundo lugar, cuando se supuso que el retorno del tipo de cambio obedece a una señal aleatoria White Noise, con la no existencia de raíces unitarias y con una distribución lognormal con varianza condicional heteroscedástica. Para ambas situaciones se escogió el mismo nivel de significancia.



**CUADRO N°8:** Intervalos de confianza con varianza condicional e incondicional.

Días	Valor Real	Varianza Incondicional 95%		Varianza Condicional 95%	
		Limite Inferior	Limite Superior	Limite Inferior	Limite Superior
1	496.89	491.069	500.104	491.814	499.582
2	498.05	488.968	501.738	490.078	501.074
3	496.83	487.304	502.936	488.715	502.194
4	495.73	485.866	503.908	487.543	503.121
5	495.64	484.573	504.734	486.494	503.927
6	490.21	483.383	505.458	485.532	504.646
7	487.25	482.272	506.104	484.635	505.299
8	484.83	481.223	506.687	483.792	505.9

**FUENTE:** Elaboración propia.

Después de haber calculado los intervalos con las dos metodologías, se construyó un cuadro donde se logra observar que al calcular los intervalos con la volatilidad condicional, es decir que varía con el transcurso de los días, se obtuvieron resultados intervalares más restrictivos que los obtenidos con la volatilidad incondicional. Debido a que la varianza en el modelo GARCH (1, 1) depende de los errores cometidos en el pasado y además de su propio pasado, arroja resultados robustos para la serie de tiempo del tipo de cambio observado Peso/Dólar.

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El dólar estadounidense es una de las monedas más utilizadas y demandadas por los inversionistas, es por esto que es importante conocer como fluctuará el tipo de cambio peso/dólar.

Los resultados validan la importancia de realizar un análisis para el retorno del tipo de cambio observado peso/dólar, dado que es posible estimar la variable mediante intervalos de confianza para un período aproximado de una semana (corto plazo). Sin embargo, si el tipo de cambio observado peso/dólar hubiese sido más estable, sin lugar a dudas se podría haber realizado una estimación futura para una mayor cantidad de días. Al encontrarse Chile con problemáticas económicas, como un alto precio del cobre, se presentó un grado de dificultad para estimar a largo plazo y por lo tanto, se optó por estimaciones cortoplacistas.

La validez empírica de los modelos de volatilidad condicional fue comparada con los modelos de volatilidad incondicional. De acuerdo a los resultados, el modelo se adecuó más al valor real, GARCH (1,1). Esto debido a que en los resultados arrojados por el modelo de Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva Generalizada robustos, la estimación va cambiando con el transcurso del tiempo, condicionada a la volatilidad del día anterior.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- Benavides P., Guillermo. "Procesos GARCH y Valor al Riesgo: Un Análisis Empírico para las Tasas de Interés Futuras Mexicanas". *Panorama Socioeconómico* Año 25, N° 35, Julio - Diciembre 2007.
- Bonilla, María; Marco, Paulina y Olmeda, Ignacio. "Redes Neuronales Artificiales: Predicción de la Volatilidad del Tipo de Cambio de la Peseta". WP-EC 2002-08.
- De Gregorio R., José. "La Política Cambiaria". *Documentos de Política Económica*, Banco Central de Chile, N° 2 – Noviembre 2001.
- De Gregorio R., José; Tokman, Andrea y Valdés, Rodrigo. "Tipo de Cambio Flexible con Metas de Inflación en Chile: Experiencia y Temas de Interés". *Documentos de Política Económica*, Banco Central de Chile, N° 14 - Agosto 2005.
- Fernández, Alejandro y Fuentes, J. Rodrigo. "El Manejo de la Política Cambiaria con Abundancia de Divisas". *Estudios Públicos*, 60 - Primavera 1995.
- Fernández, Viviana. "Apunte De Teoría Econométrica I. Mínimos Cuadrados Generalizados".
- Fernández, Viviana. "Apunte De Teoría Econométrica I. Mínimos Cuadrados No Lineales".
- Fernández, Viviana. "Apunte De Teoría Econométrica I. Procesos No Estacionarios: Test De Raíces Unitarias Y Cointegración".
- García Centeno, María Del Carmen y Calvo Martín, Meri Emilia. "Estimación de Modelos de Volatilidad Estocástica en Media. Aplicación en Series Temporales". XIV Jornadas de ASEPUMA y II Encuentro Internacional.
- Gregoire C., Jorge y Obilinovic P., Francisco. "Tipo de Cambio en Chile, Periodo de Flotación 1999-2002: Modelos de Retorno y Volatilidad". Agosto 2004.
- Hull, John C. "Options, Futures and Others Derivatives". Fourth Edition.
- Lagos, Luis Felipe y Cerda, Rodrigo. "Tipo de Cambio Nominal en un Régimen de Flotación: Chile 2000-2005". Documento De Trabajo N° 313, Julio 2006.
- Larraín, Felipe y Assel, Paola. "El Ciclo Político Económico en Chile en el Último Medio Siglo". Estudio.
- Morandé, Felipe y Tapia, Matías. "Política Cambiaria en Chile: El Abandono de la Banda y La Experiencia de Flotación". Volumen 5, N°3 / Diciembre 2002.
- Mouchart, Michel. "Introducción a los Procesos Estocásticos". Marzo 2002.
- Página web del Banco Central de Chile [www.bcentral.cl](http://www.bcentral.cl)
- Rojas, Patricio. "Política Monetaria y Cambiaria en Chile durante los Noventa". *Estudios Públicos*, 78 - Otoño 2000.
- Rosende, Francisco. "Política Cambiaría y Estabilidad Económica. La Alternativa de las Zonas de Intervención". *Estudios Públicos*.
- Vergara, Rodrigo. "Política Cambiaria e Chile: La Experiencia de una Década (1984-1994)". *Ensayo - Estudios Públicos*, 56 - Primavera 1994.